Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Spuren, definiert über Fuzzy-Filtern

1. Der Begriff der semiotischen Spur (vgl. Toth 2009a, b) wurde bisher als „gerichtetes Objekt"

$Sp = X_{\rightarrow a}$

mit $X \in \{1., 2., 3.\}$ und $a \in \{.1, .2, .3\}$

eingeführt, zusammen mit den intuitiven Angaben, dass die Codomänen von Spuren in dem Sinne mehrdeutig seien, dass sie entweder nur zu einem bestimmten Prozentsatz zum gerichteten Objekt gehören könnten oder aber dass die Codomäne auch an den Codomänen anderer Spuren partizipieren könnte.

2. Etwas wissenschaftlicher können wir vorgehen, indem wir zunächst

$X = Y = \{1, 2, 3\}$

und dann

$Sp \subseteq X \times Y$

definieren. Wegen der Fuzzy-Relationen benötigen wir sodann eine charakteristische Funktion

$\mu_{Sp}: X \times Y \rightarrow [0; 1]$,

d.h. eine semiotische Spur kann nun z.B. zu 25% iconisch sein – und damit z.B. zu 75% symbolisch, aber auch z.B. zu 51% indexikalisch und zu 24% symbolisch.

3. Zur Definition von topologischen Filtern, die, obgleich weitgehend unbeachtet, in der Semiotik schon sehr früh von Bense eingeführt worden waren (vgl. Bense 1962, S. 114; Bense und Walther 1973, S. 30), sei hier vor allem auf

die Ausführungen in Toth (2008, S. 99 ff.) verwiesen. Demnach kann als der feinste semiotische Filter einfach

$\mathcal{F}_{\mathsf{max}} = \mathbb{P}ZR \setminus \varnothing = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

und als der gröbste semiotische Filter

$\mathcal{F}_{\mathsf{min}} = \{\{1, 2, 3\}\}$

bestimmt werden. Da die 1-stelligen Relationen natürlich nicht fuzzyfiziert zu werden brauchen, benötigen wir also nur noch

$X = Y = Z = \{1, 2, 3\}$

mit der „Zeichenspur" als triadischer Entsprechung von Sp als Spur von Subzeichen

$ZSp \subseteq X \times Y \times Z.$

Wir haben dann analog

$\mu_{ZSp}: X \times Y \times Z \rightarrow [0; 1].$

4. Nun kann man bekanntlich jede beliebige Menge als topologischen Raum deuten (vgl. z.B. Meschkowski 1971, S. 150). Anderseits ist in einem topologischen Raum die Umgebung einer Menge jede Teilmenge des topologischen Raumes, welche eine offene Menge enthält, die diese Menge enthält. Daraus folgt in Sonderheit, dass ein topologischer Raum „gleichzeitig durch verschiedene Umgebungssysteme definiert werden (kann), die dann aber notwendig gleichwertig sind" (Alexandroff und Urysohn 1924, S. 258). Im Falle des gröbsten semiotischen Filters

$\mathcal{F}_{\mathsf{min}} = \{\{1, 2, 3\}\}$

ist dieser also gleichzeitig die Umgebung der Menge der semiotischen Fundamentalkategorien. Wir können somit durch Iteration der Umgebung der elementaren semiotischen Menge S = {1, 2, 3} ein immer engeres „Netz" von Filtern konstruieren, die trivialerweise zugleich Ultrafilter sind:

$\max(\mathcal{F}_{\min}) = \ldots\{\{\{\{\{\{\{\{\{\{\{1, 2, 3\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\ \ldots,$

wobei, wie gesagt, {1, 2, 3}

$\mu_{ZSp}: X \times Y \times Z \to [0; 1].$

und für jede dyadische Teilmenge (Partialrelation)

$\mu_{Sp} \subseteq \mu_{ZSp}: X \times (Y \times Z) \to [0; 1]$ oder $(X \times Y) \times Z$

gilt, so dass wir hiermit also sowohl die Subzeichen als auch die Zeichenklassen (sowie Realitätsthematiken) als Spuren im Sinne von charakteristischen Mengen und Teilmengen, d.h. als auf das abgeschlossene Intervall [0; 1] abgebildete Teilmengen kartesischer Produkte definiert haben, welche als ein sich stets verengendes Filter-System über der semiotischen Grundmenge S = {1, 2, 3} definiert sind. Abschliessend sei bemerkt, dass, obwohl wir hier die Fuzzy-Notationen verwendet haben (vgl. z.B. Böhme 1993), welche den Begriff der Unschärfe implizieren, eine probabilistische Deutung, welche den semiotischen Verhältnissen angemessener ist, nicht ausgeschlossen ist.

Bibliographie

Alexandroff, Paul/Urysohn, Paul, Zur Theorie der topologischen Räume. In: Mathematische Annalen 92, 1924, S. 258-266

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Böhme, Gert, Fuzzy-Logik. Berlin 1993

Meschkowski, Herbert, Einführung in die moderne Mathematik. 3. Aufl. Mannheim 1971

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20und%20Spuren.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Objekte als Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Objekte%20und%20Spuren.pdf (2009b)

31.10.2009